

RAPPORT DU JURY DE L'ÉPREUVE ORALE DE MATHÉMATIQUES

ENS : Lyon, Paris

COEFFICIENTS :

Lyon : 4 (sur un total de 53)

Paris Option Chimie : 16 – Option Physique : 20 (sur un total de 127)

MEMBRES DE JURY :

François Brunault, Emmanuel Grenier, Mikael de la Salle, Julien Vovelle

Comme les années précédentes, l'épreuve orale de Mathématiques s'est déroulée dans les locaux de l'ENS de Lyon, en parallèle avec les travaux pratiques de chimie. Il s'agit d'une épreuve de 45 minutes, sans préparation. 233 candidats et candidates se sont présentés.

Commentaires généraux sur les exercices. Les exercices proposés aux candidats portaient sur l'ensemble du programme. Certains exercices sont ardues et il n'est pas honteux de sécher sur une question difficile. Il n'est pas nécessaire de résoudre un exercice en totalité pour avoir une très bonne note ; l'examineur juge également la capacité de réaction des candidats aux indications. À l'inverse, certains exercices commencent par une question très simple, à laquelle il est attendu que le candidat réponde sans trop de difficultés.

Quelques conseils : lorsque l'on n'a pas d'idée, penser à traiter des cas particuliers, ou même envisager une situation analogue plus simple. Par exemple, traiter le cas de la dimension $n = 1$ ou 2 pour un énoncé en dimension n , ou bien le cas de bas degré si des polynômes interviennent. Cela devrait être un réflexe.

Faire des dessins. C'est bien sûr vrai pour les exercices de géométrie, mais aussi pour les questions d'analyse ou d'algèbre linéaire, où cela permet de faire naître l'intuition géométrique de la situation.

En général, prendre du recul par rapport à un exercice est apprécié. Il vaut mieux expliquer sa démarche (et éventuellement, signaler quelle difficulté pourra apparaître) plutôt que de se lancer à corps perdu dans les calculs. De même, donner une interprétation géométrique ou expliquer l'intérêt d'un résultat permet de témoigner d'une certaine maturité mathématique. Nous avons trop rarement vu ce dernier point. À l'inverse, tenir une conversation et réfléchir en même temps est inutilement difficile. Il est donc dans l'intérêt du candidat qu'il sache se taire lorsqu'il n'a encore rien à dire.

Entre les quelques candidats qui ont montré qu'ils avaient une compréhension profonde des notions du programme et une aisance à les manipuler, et ceux qui n'ont rien montré du tout, le jury a été surpris de trouver des candidats qui avaient une très bonne intuition de ce qui se passait, mais qui avaient beaucoup de difficultés à transformer cette vision en

preuve rigoureuse. Plus généralement, de nombreux candidats ont montré des difficultés de formalisation d'un raisonnement mathématique.

Commentaires mathématiques et conseils. Les commentaires sont les mêmes d'une année sur l'autre. Mais reprenons.

Il est indispensable que les candidats soient au point sur la logique. Il est inadmissible que certains ne fassent pas la différence entre une implication et une équivalence, ou confondent ce qui est supposé et ce qui est à démontrer.

Les candidats se sont révélés souvent à l'aise en analyse. Les différents théorèmes du programme (théorèmes d'interversion somme-intégrale, de continuité/dérivabilité des séries de fonctions, convergence des séries de Fourier, Théorème de convergence dominée etc) sont en général bien maîtrisés et utilisés. Le jury a par contre été plus surpris par les difficultés de nombreux candidats à faire des raisonnements d'analyse même simples faisant intervenir des ε . La démonstration de l'énoncé "Une fonction positive continue sur un segment est d'intégrale nulle si, et seulement si, elle est nulle" ne devrait poser aucun problème. Les manipulations des inf et sup ont aussi posé des problèmes. On continue à rencontrer les erreurs habituelles : des candidats affirment avec conviction que si $f(x)$ a une limite finie en $+\infty$, alors $f'(x)$ tend vers 0. Ou que si $f'(x) = 0$, alors f a un extremum en x .

L'algèbre linéaire a été inégalement traitée. Le lien entre algèbre linéaire et géométrie est mal maîtrisé. Autant la plupart des candidats sont à l'aise et développent même une certaine intuition avec le calcul matriciel, autant l'interprétation géométrique des calculs est souvent obscure. Par exemple, les candidats devraient savoir exhiber un endomorphisme bijectif de \mathbb{R}^2 qui n'est pas une similitude. Il reste beaucoup de confusions entre les notions de complémentaire et supplémentaire et plus généralement entre l'algèbre linéaire et la théorie des ensembles. Autant les réflexes de considérer le noyau (resp. les dimensions) pour démontrer l'injectivité d'une application linéaire (resp. l'égalité de deux espaces vectoriels) sont bons, autant ces réflexes sont à éviter en dehors du cadre linéaire.